Préambule :
Combien y a-t-il de gouttes d'eau dans un océan ? Combien y a-t-il d'atomes dans ton corps ? Combien faut-il de grains de sable pour remplir l'univers ?
Certains nombres sont si grands qu'on ne peut pas les imaginer, ni même les écrire. Pour exprimer des quantités si grandes, les mathématiciens utilisent des puissances.

Les puissances sont pratiques car elles facilitent l'écriture des nombres qui seraient beaucoup trop longs à écrire. Par exemple, pour écrire le nombre qui signifie « 9 puissance 9 puissance 9 », il faudrait 369 millions de chiffres et une feuille de papier de 800 km de long !!!

Les noms des grands nombres (supérieurs au trillion) ne sont pratiquement jamais utilisés, du moins dans un contexte de communication normale. De nombreux systèmes ont été proposés pour nommer des grands nombres, mais aucun ne semble avoir eu d'utilité pratique.

Quelques grands nombres ont réellement un sens pour l'homme, et sont d'un usage relativement courant jusqu'au trillion. Au-delà, les noms de grands nombres n'ont plus guère qu'une existence artificielle, dans les définitions mathématiques, et on ne les trouve pas dans le langage courant.

Dans l'usage courant, ces grands nombres sont exprimés avec la notation scientifique. Avec cette notation, qui existe depuis les années 1800, les grands nombres sont exprimés par un dix et un nombre en exposant. Le nombre 10^{45} se lit simplement « dix puissance quarante-cinq » : c'est facile à lire, facile à comprendre, et beaucoup plus parlant que « quattuordécillion ».

Quand c'est une quantité physique qui doit être désignée, ce sont les préfixes du système international qui sont préférentiellement utilisés. Tout le monde comprendra ce qu'est une « femtoseconde », alors qu'un « billiardième de seconde » sera difficile à comprendre.
Ce n'est donc pas pour leur utilité pratique que les grands nombres sont nommés, mais ils ont de tout temps fasciné ceux qui se sont penchés sur eux en essayant d'imaginer ce que « grand nombre » pouvait bien signifier.

Les myriades d'Archimède : Un des premiers exemples connus est le décompte que fit ARCHIMEDE du nombre de grains de sable que pouvait contenir l'univers. Pour cela, il généralisa le système de numération grec, dont le terme le plus élevé s'appelait la myriade (10^4), ce qui permettait donc aux Grecs de compter jusqu'à 99 999 999 (soit 10^8-1, la myriade de myriade n'ayant pas de nom).
Archimède appela ces nombres nommables en grec des « nombres de premier ordre » et appela la myriade de myriade, soit 10^8, l'unité de base des « nombres de deuxième ordre ». En prenant ce nombre comme nouvelle unité, Archimède était capable de nommer 99 999 999 nombres « de deuxième ordre », jusqu'à $10^8 \times 10^8 = 10^{16}$. Ce nombre est à son tour pris comme l'unité des « nombres de troisième ordre », et ainsi de suite.

Archimède continua sa construction logique pour tous les « ordres » qui pouvaient être nommés en grec, c'est-à-dire jusqu'au nombre d'ordre une myriade de myriade, soit $(10^8)^{10^8} = 10^{8\times10^8}$. Archimède prolongea cette construction en prenant à nouveau ce nombre comme unité de base, ce qui lui permit d'étendre le système de dénomination jusqu'à $((10^8)^{10^8})^{10^8} = 10^{8\times16}$.

A ce point, Archimède se servit de ce système de désignation pour estimer le nombre de grains de sable que pouvait contenir l'univers, parce que « innombrable comme les grains de sable » représentait pour les Grecs l'exemple de quelque chose qui ne pouvait pas être compté. Il trouva comme ordre de grandeur « mille myriades du huitième ordre » (soit 10^{63}).

Puissances d'exposant positif

Définition : $a^4 = a \times a \times a \times a$

De façon générale, $a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots\ldots \times a}_{n \text{ facteurs } a}$

a^n est une puissance de a.
a^n se lit « a exposant n »

$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \ldots\ldots \times 10}_{n \text{ facteurs } 10} = 1\underbrace{00 \ldots\ldots 0}_{n \text{ zéros}}$

Cas particuliers :

$a^1 = a$ pour tout nombre a

$0^n = 0$ pour tout nombre entier n

$a^0 = 1$ pour tout nombre a

$1^n = 1$ pour tout nombre entier n

Exemples : $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$ *(1 suivi de 3 zéros)*

Attention aux signes, ne pas confondre : $(-3)^4 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) = 81$
et : $-3^4 = -3 \times 3 \times 3 \times 3 = -81$

Méthode 1 : Utiliser la notation des puissances

Calculer : $A = (-5)^2$ $B = -1^2$ $C = (-1)^2$ $D = -3^3$ $E = (-2)^2$ $F = -7^2$
$G = (-9)^0$ $H = -9^0$ $I = -3^2 \times (1-2)^2$ $J = (-3+8)^3 \times (1-2)^2$

Correction :

$A = (-5)^2$ $B = -1^2$ $C = (-1)^2$ $D = -3^3$ $E = (-2)^2$ $F = -7^2$
$A = (-5)\times(-5)$ $B = -1\times1$ $C = (-1)\times(-1)$ $D = -3\times3\times3$ $E = (-2)\times(-2)$ $F = -7\times7$
$A = 25$ $B = -1$ $C = 1$ $D = -27$ $E = 4$ $F = -49$

$G = (-9)^0$ $H = -9^0$ $I = -3^2 \times (1-2)^2$ $J = (-3+8)^3 \times (1-2)^2$
$G = 1$ $H = -1$ $I = -9 \times (-1)^2$ $J = 5^3 \times (-1)^2$
$I = -9 \times 1 = -9$ $J = 125 \times 1 = 125$

Méthode 2 : Utiliser les puissances de 10

1) Écrire les nombres sous forme décimale : $A = 10^3$ $B = 10^2$ $C = 10^7$
2) Écrire les nombres sous la forme 10^n : $D = 10\,000$ $E = 1\,000\,000$ $F = 100\,000$

Correction :

1) $A = 1000$ $B = 100$ $C = 10\,000\,000$
2) $D = 10^4$ $E = 10^6$ $F = 10^5$