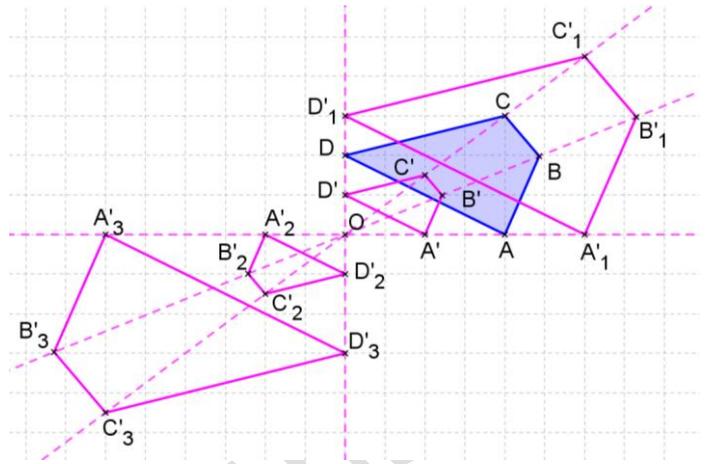


Homothétie

Définition : Une homothétie est une transformation qui agrandit ou réduit une figure par rapport à : un centre O (un point) et un rapport k (un nombre).

- $k > 1$: alors $A'B'C'D'$ est un agrandissement de ABCD
- $0 < k < 1$: alors $A'B'C'D'$ est une réduction de ABCD
- $k = 0$: alors $A'B'C'D'$ n'existe pas
- $-1 < k < 0$: alors $A'B'C'D'$ est une réduction de ABCD
- $k < -1$: alors $A'B'C'D'$ est un agrandissement de ABCD

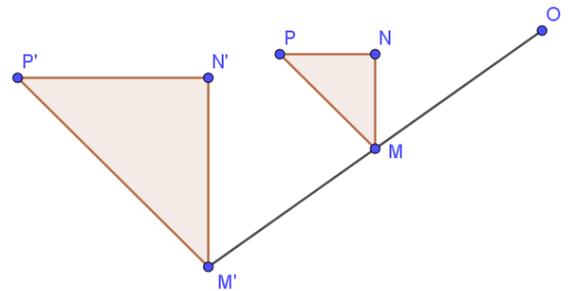
$$k = \frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{OC'}{OC} = \frac{OD'}{OD} \text{ ou } k = \frac{A'B'}{AB} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{C'D'}{CD} = \frac{D'A'}{DA}$$



Homothétie de rapport positif :

M' est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport 2** signifie que :

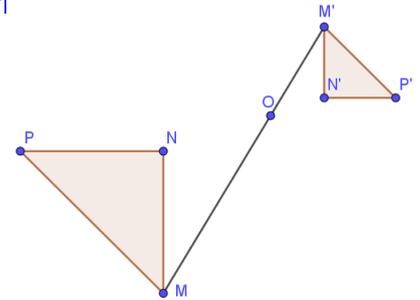
- O, M et M' sont alignés
- M et M' sont du même côté par rapport à O.
- $OM' = 2 \times OM$



Homothétie de rapport négatif :

M' est l'image de M par l'homothétie de **centre O** et de **rapport -0,5** signifie :

- O, M et M' sont alignés
- M et M' ne sont pas du même côté par rapport à O.
- $OM' = 0,5 \times OM$



Propriété :

- Deux figures homothétiques sont une réduction ou un agrandissement l'une de l'autre. (ou reproduction)
- Une homothétie conserve les angles et les parallélismes.

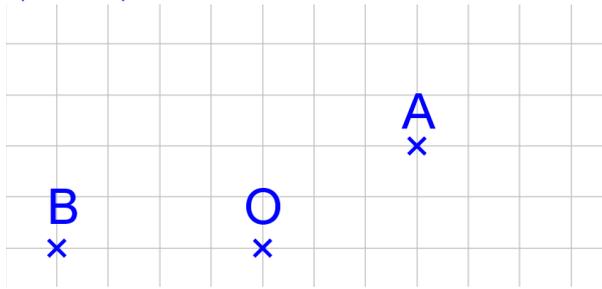
Conséquences :

Si une figure F' est l'image d'une figure F par une homothétie de rapport k alors :

- pour obtenir les longueurs de la figure F' , il suffit de multiplier les longueurs correspondantes de la figure F par k .
- pour obtenir l'aire de la figure F' , il suffit de multiplier l'aire de la figure F par k^2 .

Méthode 1 : Construire l'image d'un point par une homothétie

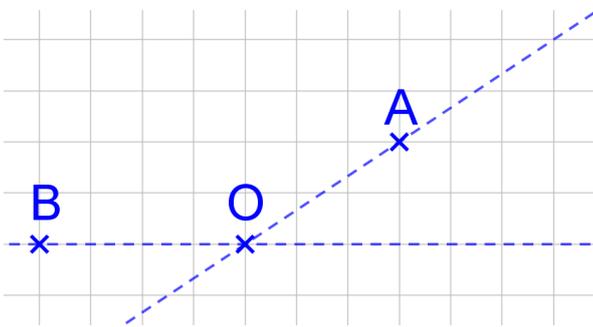
- Construire l'image du point A par l'homothétie de centre O et de rapport 2.
- Construire l'image du point B par l'homothétie de centre O et de rapport -0,5.



Correction :

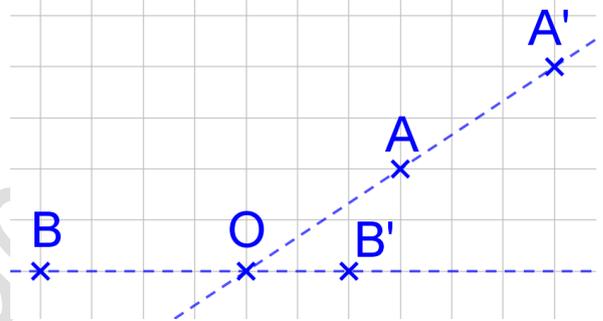
Etape 1 :

- On trace la droite (OA)
- On trace la droite (OB)



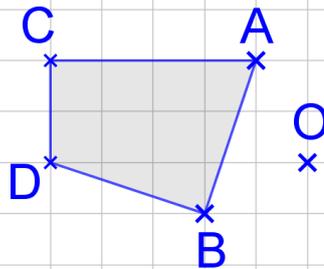
Etape 2 :

- On calcul : $OA' = 3 \times OA$. On place l'image A' de A qui se trouve du même côté que A par rapport au point O.
- On calcul : $OB' = 0,5 \times OB$. On place l'image B' de B qui se trouve de l'autre côté de B par rapport au point O.



Méthode 2 : Construire l'image d'une figure par une homothétie

Construire l'image de ABCD par l'homothétie de centre O et de rapport -2.

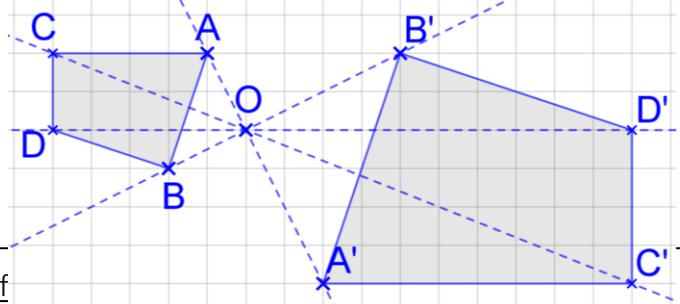
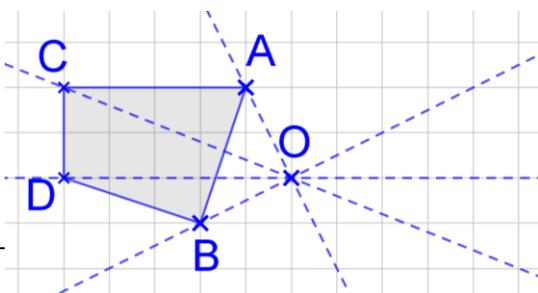


Correction :

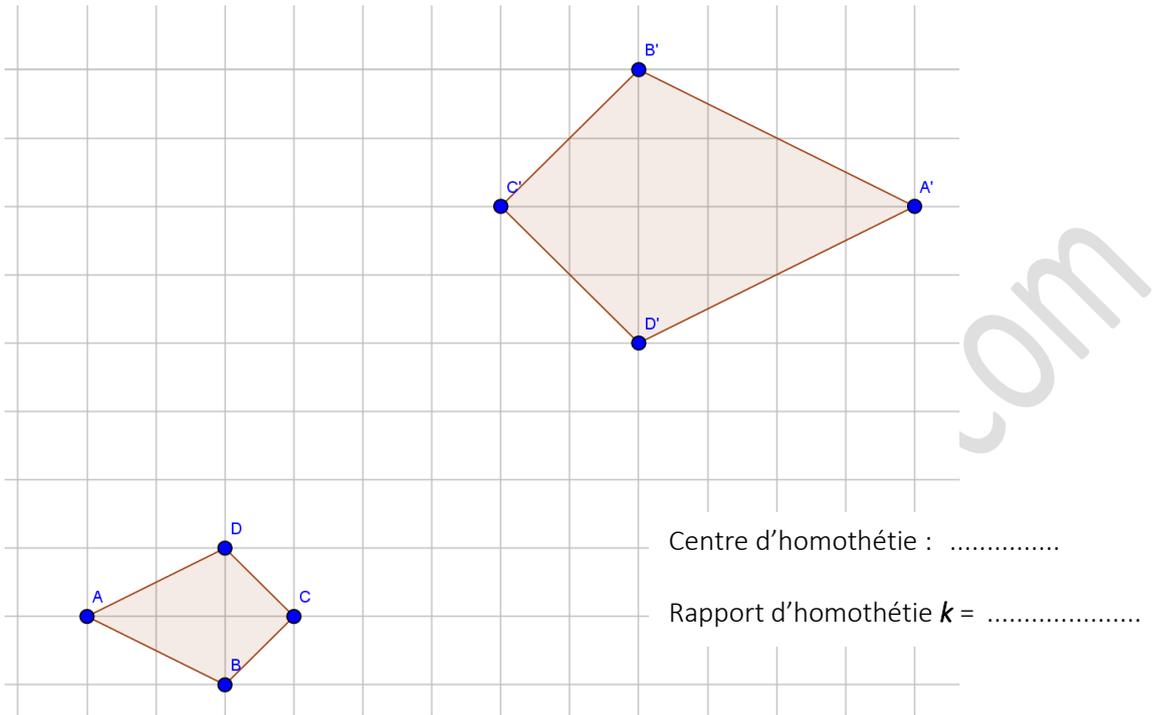
Pour construire l'image d'une figure par une homothétie, on effectue les étapes 1 et 2 pour chaque point de la figure.

Etape 1 : Par exemple pour construire A' : On trace la droite (OA)

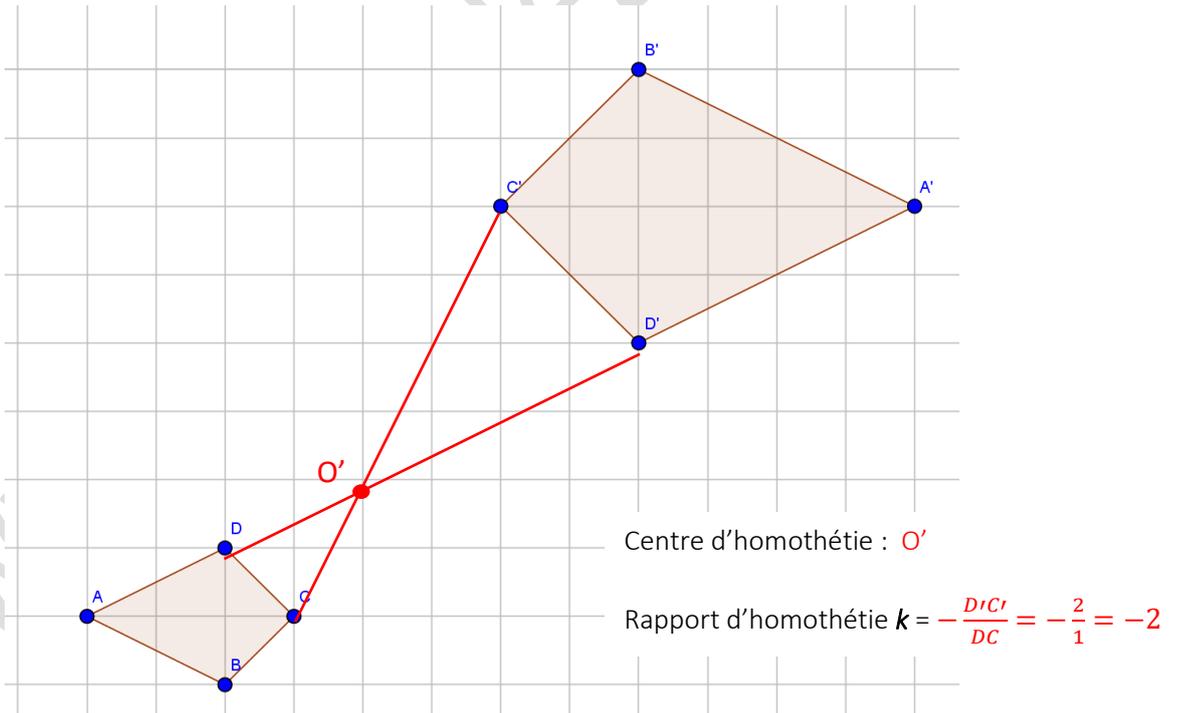
Etape 2 : Par exemple pour construire A' : On calcul : $OA' = 2 \times OA$. On place l'image A' de A qui se trouve de l'autre côté de A par rapport au point O.



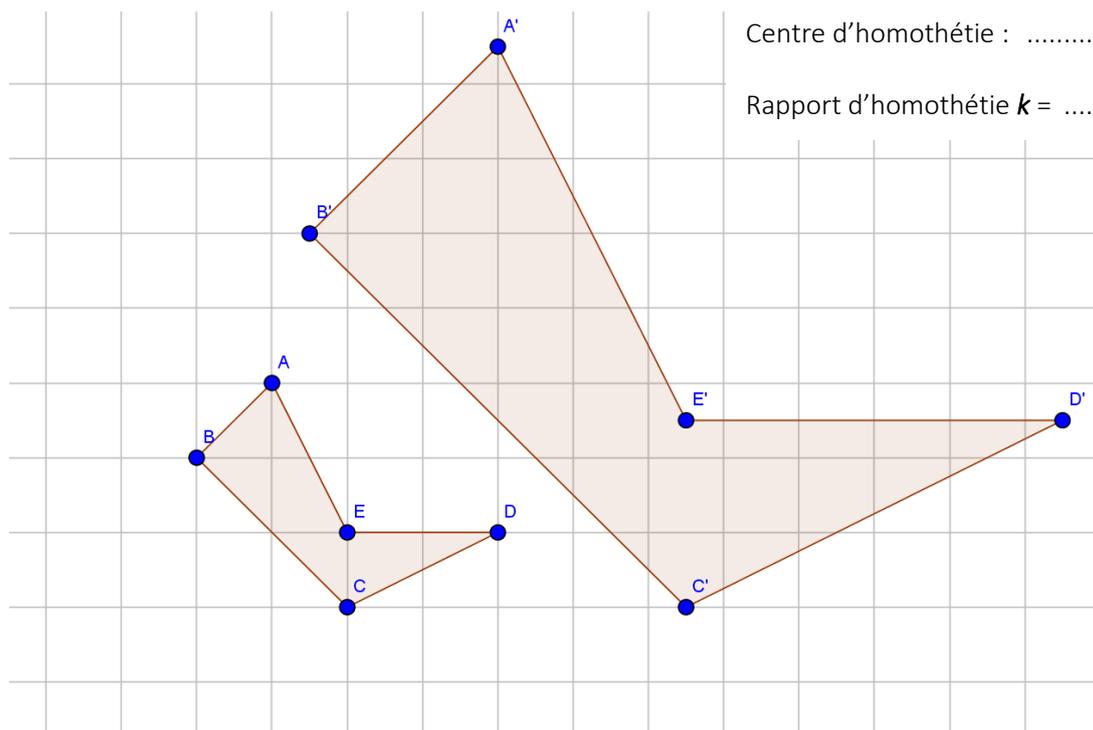
Méthode 3 : Retrouve le centre d'homothétie ainsi que le rapport d'homothétie k .



Correction :



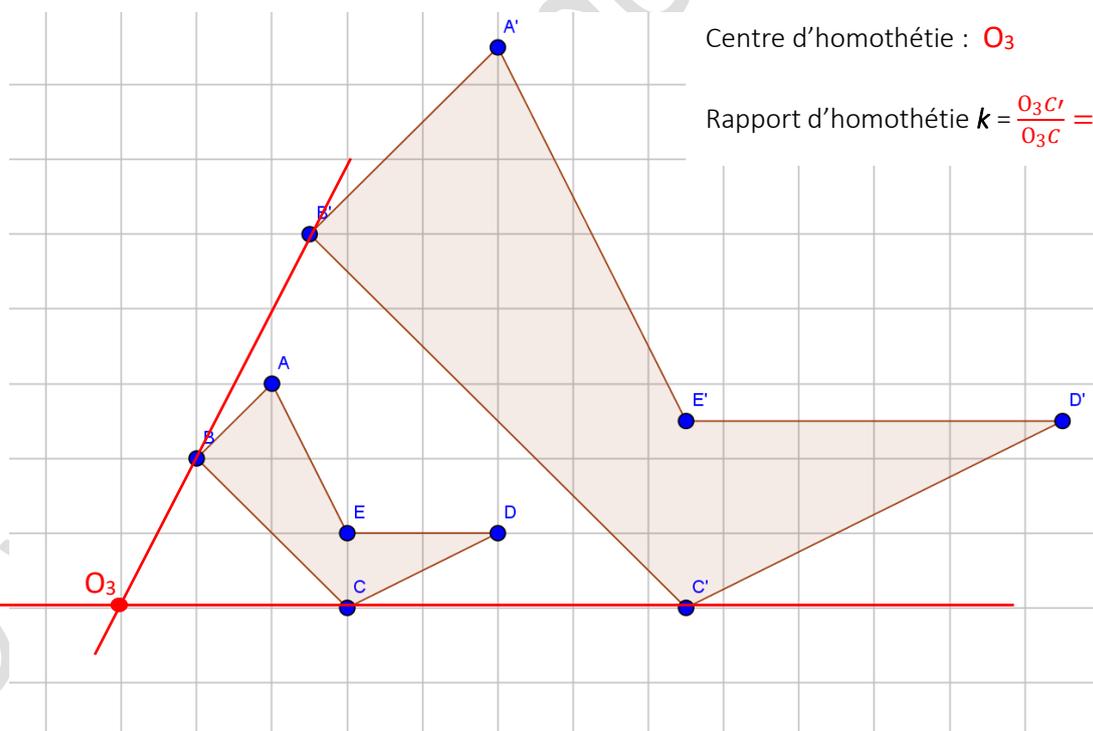
Méthode 4 : Retrouve le centre d'homothétie ainsi que le rapport d'homothétie k .



Centre d'homothétie :

Rapport d'homothétie $k = \dots\dots\dots$

Correction :



Centre d'homothétie : O_3

Rapport d'homothétie $k = \frac{O_3C'}{O_3C} = \frac{7,5}{3} = 2,5$

© www.lecafedesmaths.com

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.

© www.lecafedesmaths.com