

Agrandissement et réduction.

Définition : Agrandir ou réduire une figure, c'est construire une figure de même forme en multipliant les longueurs de la figure initiale par un nombre k strictement positif.

On dit que k est le rapport d'agrandissement ou de réduction.

- Si $k > 1$, il s'agit d'un agrandissement.
- Si $0 < k < 1$, il s'agit d'une réduction.

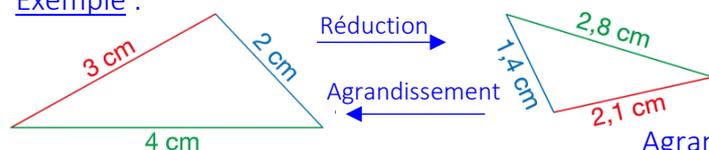
Propriétés : Pour un agrandissement ou une réduction de rapport k ,

- les mesures des angles sont conservées.
- Les parallélismes sont conservés.
- les longueurs sont multipliées par k ,
- les aires sont multipliées par k^2 ,
- les volumes sont multipliés par k^3 .

Remarque : Dans la pratique, on applique directement la propriété.

Si on connaît les longueurs homologues de la figure initiale et de la figure finale, on peut alors trouver le rapport k en effectuant le calcul suivant : $\frac{\text{Longueur finale}}{\text{Longueur initiale}}$.

Exemple :



$$\text{Réduction : } k = \frac{\text{Longueur finale}}{\text{Longueur initiale}} = \frac{2,8}{4} = \frac{2,1}{3} = \frac{1,4}{2} = 0,7$$

$$\text{Agrandissement : } k = \frac{\text{Longueur finale}}{\text{Longueur initiale}} = \frac{4}{2,8} = \frac{3}{2,1} = \frac{2}{1,4} = \frac{1}{0,7}$$

Méthode 1 : Appliquer un agrandissement ou une réduction.

Le grand cône de hauteur SO représenté ci-contre a pour dimensions :

$OM = 6 \text{ cm}$ et $SO = 12 \text{ cm}$.

1) Calculer, en cm^3 , le volume de ce grand cône.

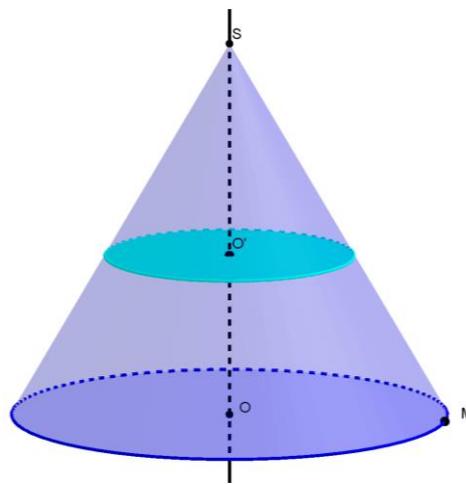
Donner la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de cm^3 .

2) Le petit cône représenté ci-contre a pour hauteur : $SO' = 4,5 \text{ cm}$.

Le petit cône est une réduction du grand cône.

Calculer le coefficient de réduction.

3) Dédire une valeur approchée du volume du petit cône.



Correction :

1) **Aire de la base du récipient** : Il s'agit d'un disque de rayon $OM = 6 \text{ cm}$,

donc : $A = \pi R^2 = \pi \times 6^2 = 36\pi$

Volume du récipient : Il s'agit d'un cône de hauteur $SO = 12 \text{ cm}$, donc :

$$V = \frac{\text{Aire base} \times H}{3} = \frac{36\pi \times 12}{3} = 144\pi \text{ cm}^3 = 452,4 \text{ cm}^3$$

2) **Coefficient de réduction** : Le coefficient de réduction est le rapport de deux longueurs qui se correspondent sur les deux solides. On prend ici les hauteurs SO et SO' des deux solides. $k = \frac{SO'}{SO} = \frac{4,5}{12} = 0,375$

3) Pour une réduction de rapport $k = 0,375$, les volumes sont multipliés par $k^3 = 0,375^3$.

Ainsi, le volume du petit cône correspondant à l'eau dans le récipient est égal à :

$$V' = 452,4 \times 0,375^3 = 23,9 \text{ cm}^3.$$

© www.lecafedesmaths.com

Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.